LES OPERATIONS (COURS 5 EME ANNEE)

I- Généralité :

L'activité économique se manifeste par un certain nombre d'opérations que les comptables nationaux classent en fonction de leur nature économique : les **opérations sur biens et services** d'une part, les **opérations de répartition**, enfin les **opérations financières**.

II- Addition sens, propriétés, techniques :

Définition :

Opération de l'**arithmétique**, représentée par le **signe + n** (plus), qui peut être définie à partir des **axiomes** de **Peano** relatifs aux **nombres naturels**. On raisonne par récurrence.

Elle jouit des propriétés d'**associativité** et de **commutativité**. Le résultat de l'addition s'appelle la **somme** ou le **total**, les **nombres** figurant dans l'opération s'appellent les **termes de l'addition**.

Retenons : Pour trouver une somme ou un total, on fait une addition.

Pour effectuer une addition :

- Dispose correctement les chiffres en colonnes,
- Calcule colonne après colonne à partir des unités,
- N'oublie pas les retenues s'il y en a.

Exemple :

$$\begin{array}{r} 2\,435 \\ +\quad \\ 2453 \\ \hline = 4\,888 \end{array}$$

Exercice : Pose et effectue.

5 346 + 3 510 ;   6 897 + 7 006 ;

Solution :

$$\begin{array}{r} 5\,346 \\ +\ 3510 \\ \hline =8\,856 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6\,897 \\ +\ 7006 \\ \hline =\ 13\,903 \end{array}$$

III- La Soustraction sens, propriétés, techniques :

Définition :

Opération inverse de l'**addition**.

Etant donné les nombres a et b, soustraire b de a c'est déterminer le nombre c (différence entre a et b) tel que a = b + c.

On écrit c = a - b (a moins b).

Retenons : La soustraction est opération qui permet de calculer la différence entre deux nombres.

Pour trouver le résultat d'une soustraction, on utilise la disposition suivante :

Les chiffres des unités sont alignés dans une même colonne, de même que les chiffres des dizaines, des centaines … ; puis on calcule colonne par colonne en commençant par les unités.

Exemple :

$$\begin{array}{r} 5\,875 \\ -\ 4225 \\ \hline =\ 1\,650 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,402 \\ -\ 187 \\ \hline =\ 1\,215 \end{array}$$

IV- La Multiplication sens, propriétés, techniques :

Définition :

Opération (ou **loi de composition**) de l'**arithmétique** notée $\cdot$ (ou **x**), ou en omettant le **signe** et en écrivant les termes à multiplier l'un près de l'autre.

Retenons : La multiplication est la répétition d'un nombre autant de fois qu'il y a d'unité dans un autre nombre donné.

- Disposition pratique du calcul (au fur et à mesure des calculs, on écrit des points pour remplacer des zéros).

Exemple :

$$\begin{array}{r} 547 \\ \times \quad 36 \\ \hline 3282 \\ 1\,641\,. \\ \hline 19\,692 \end{array}$$

Exercice : Pose et effectue les opérations suivantes :

492 × 835 ; 897 × 734.

V- La Division sens, propriétés, techniques :

Définition :

Opération inverse de la **multiplication**. La **division avec reste** consiste à déterminer le plus grand multiple entier de b (désigné par qb) qui ne dépasse pas a.

Retenons : La division est l'opération inverse de la multiplication ; elle a pour but de rechercher combien de fois un nombre appelé dividende contient un autre appelé diviseur. Le résultat obtenu s'appelle quotient.

Exemple :

8 7 0 0	4
− 8	2 175
0 7	
− 4	
0 30	
− 28	
0 20	
2 0	
0 0	

Exercice :

485 ÷ 3 ;   3 676 ÷ 5 ; 7 054 ÷ 4.

VI- Les Nombres entiers jusqu'à 10 000 000 :

Retenons : Dans chaque classe du tableau de numération, la position du chiffre détermine sa valeur.

Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités		
c	**d**	**u**	**c**	**d**	**u**	**c**	**d**	**u**
	1	0	0	0	0	0	0	0

Le nombre se lit : dix millions.

Les chiffres sont séparés en tranches de trois chiffres à partir de la droite.

Exercice :

- Des mille dans 3 065 402
- Des millions dans 5 654678

Exercice : Ecris en lettres les nombres suivants :

4 527 013 = quatre millions cinq cent vingt – sept mille treize.

9 002 168 = neuf millions deux mille cent soixante – huit.

1- Les Centaines de millions :

Retenons : Les centaines de millions sont des chiffres qui se trouvent dans la colonne des centaines de millions.

Tableau de numération.

Classe des millions			Classe des mille			Classe des unités		
c	**d**	**u**	**c**	**d**	**u**	**c**	**d**	**u**
6	4	2	0	0	0	0	0	0

Ce nombre se lit : six cent quarante – deux millions.

642 000 000 = 6 centaines de millions + 4 dizaines de millions + 2 unités de millions

- 6 centaines de millions = 600 000 000
- 4 dizaines de millions = 40 000 000
- 2 unités de millions = 2 000 000

Le chiffre de centaines de millions est sur le fond gris dans le tableau de numération.

Exercice : Ecris en chiffres :

Neuf cent treize millions quatre – vingt – dix – sept mille cinq cent un.

Solution :

913 097 501.

Exercice : Range ces nombres du plus grand au plus petit :

34 097 435 ; 518 001 011 ; 556 624 003.

Solution :

556 624 003 ; **518 001 011** ; **34 097 435**.

VII- Les Nombres décimaux :

Définition :

Dans l'écriture décimale d'un nombre décimal, la virgule sépare la partie entière de la partie décimale. Les nombres entiers sont des nombres décimaux dont la partie décimale est égale à 0 ; ils peuvent s'écrire sans virgule.

Retenons : Les nombres décimaux sont des nombres à virgule.

Exemple : 4,8 est un nombre décimal : 4 est la partie entière (avant la virgule) et 8 est la partie décimale (après la virgule).

- Toute unité décimale intermédiaire manquante doit être remplacée par un zéro.

Tableau de numération.

Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
3 2,	2	0	5
0,	0	4	

Ces nombres dans le tableau se lisent : 32 unités 205 millièmes ; 0 unité 4 centièmes.

Exercice : Ecris en chiffres : trois et six dixièmes ; douze et deux centièmes ; quinze virgule neuf

Solution :

Trois et six dixièmes = 3 + 0, 6 ; douze et deux centièmes = 12 + 0 ,0 2 ; quinze virgule neuf = 15, 9.

1- Ordre des nombres décimaux :

Retenons : Dans un nombre décimal, la virgule se place immédiatement à la droite du chiffre des unités. Le premier chiffre à la droite de la virgule est le chiffre des dixièmes, le deuxième est le chiffre des centièmes, le troisième est le chiffre des millièmes, …

Exemple : 3 ,85 est compris entre 3 et 4. Ce nombre vaut plus que 3 mais un peu moins que 4.

Exercice : Encadre par deux nombres les plus proches (consécutifs) les nombres décimaux suivant l'exemple : 8 < 8, 32 < 9.

8, 6 ; 0 ,56 ; 31 5, 17.

Solution :

8 < 8 ,6 < 9 ; 0 < 0 ,56 < 1 ; 315 < 315 ,17 < 316.

Exercice : Encadre par les nombres décimaux à un chiffre après la virgule les plus proche (consécutifs) les nombres décimaux suivant l'exemple : 2, 3 < 2 ,392 < 2 ,4.

9,63 ; 0 ,77 ; 11 ,805.

Solution :

9,6 < 9,63 < 9 ,7 ; 0,7 < 0 ,77 < 0,8 ; 11,8 < 11,805 < 11, 9.

2- Nombres décimaux et mesures :

Retenons : Une mesure peut s'écrire avec un nombre entier ou un nombre décimal selon l'unité choisie.

Exemple : 1 cm =0 ,1 dm = 0 ,0 1 m = 0 ,001 dam.

Tableau de conversion.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
5	6 ,	0				
6	7 ,	3	9			

Ces nombres se lisent : **56,0 hm = 56 hm** ; **67, 39 hm**.

Exercice : Ecris ces mesures dans un tableau de conversion :

1, 9 g ; 10, 76 dg ; 4,032 kg.

3- Comparaison des nombres décimaux :

Retenons : Si tu compares deux nombres décimaux, le plus grand est celui qui a la plus grande partie entière.

Exemple : 13 ,7 et 15,2. On écrira **13 < 15** donc **13,7 < 15 ,2**.

- Si les deux nombres décimaux ont la même partie entière, le plus grand est celui qui a la partie décimale la plus grande.

Exemple : 3, 56 et 3, 59. Ces nombres ont le même chiffre des dixièmes. On compare alors les centièmes. **6 < 9**. Donc **3, 56 < 3, 59**.

Exercice : Ecris le signe qui convient <, > ou =

64 ,5 et 64, 27 ; 7 ,06 et 9, 06 ; 08, 90 et 8 ,9.

Solution :

64 ,5 > 64, 27 ; **7 ,06 < 9, 06** ; **08 ,90 = 8, 9**.

VIII- Les Fractions :

Quand on voit $\frac{8}{3}$ (lire huit tiers ou bien huit sur trois), **que voit-on ? Un quotient ? Une écriture fractionnaire ? Une fraction ?** Peut-être les trois à la fois…

Retenons : Une fraction est la quantité qui représente une ou plusieurs parties égales de l'unité.

Exemple : $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$ .Elles se lisent : un demi ; deux tiers ; trois quarts …

Dans la fraction 1, 1 est le **numérateur**, il indique une partie du partage.

2, 2 est le **dénominateur**, il indique en combien de parties l'objet entier a été partagé.

Exercice : Ecris sous forme de fraction : trois cinquièmes = $\frac{3}{5}$; trois quarts = $\frac{3}{4}$.

1- Comparaison des fractions avec l'unité :

- Une fraction est < à l'unité quand le numérateur est plus petit que le dénominateur.

Exemple :

$\frac{4}{6}$.

Une fraction est > à l'unité quand le numérateur est plus grand que le dénominateur.

Exemple :

$$\frac{6}{5}$$

2- Les Fractions décimales :

Retenons : Une fraction qui a pour dénominateur 10, 100 ou 1000 est une fraction décimale.

Exemple : $\frac{4}{10}$ $\frac{7}{100}$ $\frac{8}{1000}$

Pour transformer une fraction en un nombre décimal, il suffit de diviser son numérateur par le dénominateur.

Exemple :

$\frac{4}{10} = 0,4$ $\frac{7}{100} = 0,07$ $\frac{8}{1000} = 0,008$

Exercice : Transforme la fraction décimale en un nombre décimal :

$\frac{236}{10}$; $\frac{5}{100}$; $\frac{9}{1000}$.

Solution :

$\frac{236}{10} = 23,6$; $\frac{5}{100} = 0,05$ $\frac{9}{1000} = 0,009$.

3- Simplification des fractions :

Retenons : Pour simplifier une fraction, on divise son numérateur et son dénominateur par le même nombre.

Exemple :

$\frac{10}{2} = 10 \div 2 = 5.$

$\frac{6}{2} = 6 \div 2 = 3.$

4- Comparaison de fractions :

Retenons :(Règle 1) Quand deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

$\frac{5}{8} < \frac{7}{8}$

Exemple :

(Règle 2) Quand deux fractions ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur.

$$\frac{3}{8} > \frac{3}{12}$$

Exemple :

(Règle 3) Pour réduire deux fractions au même dénominateur, on multiplie les 2 termes de chaque fraction par le dénominateur de l'autre.

Exemple : $\frac{5}{3}$ et $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{10}{6}$ et $\frac{3}{2} = \frac{3 \times 3}{2 \times 3} = \frac{9}{6}$ Donc $\frac{5}{3} > \frac{3}{2}$

Exercice : Compares les fractions suivantes :

$\frac{4}{5}$ et $\frac{7}{5}$ $\frac{6}{8}$ et $\frac{6}{2}$

5- Addition de fractions :

Retenons : Pour additionner des fractions ayant le même dénominateur, on additionne les numérateurs, et on conserve le dénominateur commun.

Exemple : $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$

Pour additionner 2 fractions n'ayant pas le même dénominateur, on les réduit au même dénominateur en multipliant les 2 termes de chaque fraction par le dénominateur de l'autre.

Exemple :

$$\frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{3 \times 3} = \frac{7 \times 2}{7 \times 3} \text{ et notamment : } 5 = \frac{5}{1} = \frac{3 \times 5}{3} = \frac{8 \times 5}{8} = \frac{17 \times 5}{17}.$$

$$2 + \frac{3}{8} = \frac{2}{1} + \frac{3}{8} = \frac{2 \times 8}{1 \times 8} + \frac{3}{8} = \frac{2 \times 8}{1 \times 8} + \frac{3}{8} = \frac{16}{8} + \frac{3}{8} = \frac{16 + 3}{8} = \mathbf{\frac{19}{3}}.$$

6- Soustraction de fractions :

Retenons : Pour soustraire des fractions ayant le même dénominateur, on soustrait les numérateurs, et on conserve le dénominateur commun.

Exemple :

Pour soustraire 2 fractions n'ayant pas le même dénominateur, on les réduit au même dénominateur.

$$\frac{3}{5} - \frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} - \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{12}{20} - \frac{13}{20} = \mathbf{\frac{-1}{20}}.$$